CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

EGZAMIN
W KLASIE TRZECIEJ GIMNAZJUM
W ROKU SZKOLNYM 2016/2017

CZĘŚĆ 2.

MATEMATYKA

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

ARKUSZ GM-M7

KWIECIEŃ 2017

Zadanie 1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji […].

Rozwiązanie
FP

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek […].

Rozwiązanie
C

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 3) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne.

Rozwiązanie
B

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 4) zaokrągla rozwinięcia dziesiętne liczb.

Rozwiązanie
D

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	*Umiejętności z zakresu szkoły podstawowej.* 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez […] 3, 5 […].

Rozwiązanie
FP

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	3. Potęgi. Uczeń: 1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych; 3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach […].

Rozwiązanie
PF

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	4. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego […] stopnia z liczb, które są […] kwadratami […] liczb wymiernych; 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia.

Rozwiązanie
B

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe

IV. Użycie i tworzenie strategii.	5. Procenty. Uczeń: 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym […].

Rozwiązanie
C

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

Rozwiązanie
A

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek […].

Rozwiązanie
C

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą […] diagramów słupkowych […]; 5) analizuje proste doświadczenia losowe […] i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach […].

Rozwiązanie
NB

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym […] fizycznych.

Rozwiązanie
B

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami.

Rozwiązanie
C

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	*Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* 8. Kąty. Uczeń: 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności.

Rozwiązanie
PP

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe

III. Modelowanie matematyczne.	10. Figury płaskie. Uczeń: 6) oblicza pole koła, pierścienia kołowego, wycinka kołowego; 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów.

Rozwiązanie
D

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 8) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach […].

Rozwiązanie
PP

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	*Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta. 10. Figury płaskie. Uczeń: 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności; 4) rozpoznaje kąty środkowe.

Rozwiązanie
D

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe

III. Modelowanie matematyczne.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody […] czworokątów. 4. Pierwiastki. Uczeń: 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia.

Rozwiązanie
D

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego […] (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).

Rozwiązanie
A

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	*Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.* 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu […] geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Rozwiązanie
B

Schemat punktowania
1 p. – poprawna odpowiedź.
0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte

<u>Uwaga</u>

- **Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów.**
- **Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania uczeń popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosował poprawne metody obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.**

Zadanie 21. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 4) wyznacza średnią arytmetyczną […] zestawu danych.

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Suma trzech pierwszych liczb jest równa $5+7+x=3\cdot 8=24$, skąd $x=12$.

Średnia pięciu liczb jest równa $\frac{5+7+12+4+2}{5}=30:5=6$.

II sposób

Suma trzech pierwszych liczb jest równa $5+7+x=3\cdot 8=24$.

Średnia pięciu liczb jest równa $\frac{24+4+2}{5}=30:5=6$.

Poziom wykonania

P_6 – 2 punkty – pełne rozwiązanie
obliczenie średniej arytmetycznej pięciu liczb (6)

P_2 – 1 punkt − dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
poprawny sposób obliczenia sumy trzech liczb

LUB

poprawny sposób obliczenia liczby *x*

P_0 – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 22. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek […]. 7. Równania. Uczeń: 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Przykładowe rozwiązania

I sposób

m – ładowność małej ciężarówki
d – ładowność dużej ciężarówki

$$\begin{cases} 5m + 2d = 27 \\ 3m + 3d = 27 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu układu równań otrzymujemy:

$$\begin{cases} m = 3 \\ d = 6 \end{cases}$$

Obliczamy liczbę kursów dużej ciężarówki:

$27 : 6 = 4\frac{1}{2}$, więc liczba kursów jest równa 5.

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

II sposób

Do przewozu 27 ton żwiru potrzeba 5 małych i 2 dużych ciężarówek albo 3 małych i 3 dużych ciężarówek. Wnioskujemy stąd, że ładowność dużej ciężarówki jest dwukrotnie większa niż ładowność małej.

m – ładowność małej ciężarówki
$2m$ – ładowność dużej ciężarówki

$5m + 2 \cdot 2m = 27$

Po rozwiązaniu równania otrzymujemy:

$m = 3$
$2m = 6$

Obliczamy liczbę kursów dużej ciężarówki:

$27 : 6 = 4\frac{1}{2}$, więc liczba kursów jest równa 5.

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

III sposób

Do przewozu 27 ton żwiru potrzeba 5 małych i 2 dużych ciężarówek albo 3 małych i 3 dużych ciężarówek. Wnioskujemy stąd, że ładowność dużej ciężarówki jest dwukrotnie większa niż ładowność małej.

d – ładowność dużej ciężarówki

$\frac{1}{2}d$ – ładowność małej ciężarówki

$5 \cdot \frac{1}{2}d + 2 \cdot d = 27$

Po rozwiązaniu równania otrzymujemy:
$d = 6$

$\frac{1}{2}d = 3$

Obliczamy liczbę kursów dużej ciężarówki:
$27 : 6 = 4\frac{1}{2}$, więc liczba kursów jest równa 5.

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

Poziom wykonania

P_6 – 3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawne wyznaczenie liczby kursów dużej ciężarówki (5)

P_5 – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)
obliczenie ładowności małej ciężarówki (3 tony) lub dużej ciężarówki (6 ton)

LUB

ustalenie liczby kursów dużej ciężarówki z konsekwencją popełnionych błędów rachunkowych przy wyznaczaniu ładowności małej lub dużej ciężarówki

P_2 – 1 punkt − dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
zapisanie poprawnego układu równań opisującego związki między wielkościami podanymi w zadaniu (nawet bez oznaczenia niewiadomych użytych w równaniach)

LUB

stwierdzenie, że ładowność dużej ciężarówki jest dwukrotnie większa niż ładowność małej

P_0 – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

IV sposób

m – ładowność małej ciężarówki
d – ładowność dużej ciężarówki

$5m + 2d = 3m + 3d$
$d = 2m$

$5m + 2d = 27$ lub $3m + 3d = 27$
$2{,}5d + 2d = 27$ lub $1{,}5d + 3d = 27$
$4{,}5d = 27$ lub $4{,}5d = 27$

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

V sposób

m – ładowność małej ciężarówki
d – ładowność dużej ciężarówki

$5m + 2d = 3m + 3d$
$d = 2m$

$5m + 2d = 27$ lub $3m + 3d = 27$
$5m + 4m = 27$ lub $3m + 6m = 27$
$9m = 27$ lub $9m = 27$
$4{,}5d = 27$ lub $4{,}5d = 27$

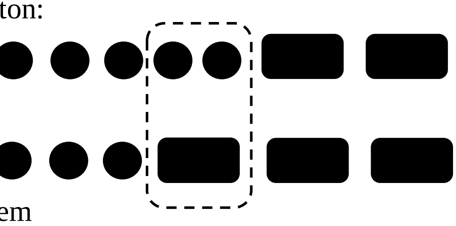
Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

VI sposób

 – mała ciężarówka

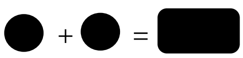
 – duża ciężarówka

27 ton:



lub

zatem



27 ton:

lub

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

Poziom wykonania

P_6 – 3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawne wyznaczenie liczby kursów dużej ciężarówki (5)

P_5 – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)
pokazanie na rysunku, że 27 ton żwiru można przewieźć 9 małymi ciężarówkami lub 4 dużymi i jedną małą przy pełnym ich załadunku

LUB

zapisanie, że 27 tonami żwiru można wypełnić 9 małych ciężarówek lub 4 i pół dużej

P_2 – 1 punkt − dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
pokazanie na rysunku lub zapisanie, że ładowność dużej ciężarówki jest dwukrotnie większa niż ładowność małej

P_0 – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga
1. Jeżeli uczeń odgaduje ładowności ciężarówek i sprawdza warunki zadania oraz
   - poprawnie wyznacza liczbę kursów dużej ciężarówki (5) – otrzymuje 2 punkty,
   - ustala poprawny sposób wyznaczenia liczby kursów (27 : 6, 27 : 3) – otrzymuje 1 punkt.
2. Jeżeli uczeń poprawnie wyznacza liczbę kursów (5) i mnoży ją przez 2, to otrzymuje 3 punkty.

Zadanie 23. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa; 9) oblicza pola […] trójkątów i czworokątów. 11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza […] objętość […] graniastosłupa […].

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny o bokach 13 cm, 12 cm i x, zatem z twierdzenia Pitagorasa ($13^2 = 12^2 + x^2$) otrzymujemy $x = 5$.

Zacieniowana część siatki graniastosłupa to trapez równoramienny, którego wysokość jest równa 12 cm, górna podstawa y, dolna podstawa $(y+10)$, a pole 168 cm^2.

$$168 = \frac{(y+y+10)\cdot 12}{2}$$

$y = 9$ (cm) – wysokość graniastosłupa

$$V = P_P \cdot H$$

$$V = \frac{12\cdot 5}{2}\cdot 9 = 270 \ (\text{cm}^3)$$

Odpowiedź: Objętość graniastosłupa jest równa 270 cm^3.

II sposób

Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny o bokach 13 cm, 12 cm i x, zatem z twierdzenia Pitagorasa ($13^2 = 12^2 + x^2$) otrzymujemy $x = 5$.

Zacieniowana część siatki graniastosłupa to trapez równoramienny, który składa się z dwóch trójkątów prostokątnych i prostokąta. Trójkąt prostokątny jest podstawą graniastosłupa.

$P_P = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30$ (cm^2)

$168 = 2 \cdot 30 + 12H$

$H = 9$ (cm) – wysokość graniastosłupa

$V = P_P \cdot H$

$V = \frac{12 \cdot 5}{2} \cdot 9 = 270$ (cm^3)

Odpowiedź: Objętość graniastosłupa jest równa 270 cm^3.

Poziom wykonania

P_6 – 4 punkty – pełne rozwiązanie
obliczenie objętości graniastosłupa (270 cm^3)

P_5 – 3 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)
poprawny sposób obliczenia objętości graniastosłupa

P_4 – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne
poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa

P_2 – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane
poprawny sposób obliczenia najkrótszej krawędzi podstawy graniastosłupa

P_0 – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania