



Centralna Komisja Egzaminacyjna

# **EGZAMIN GIMNAZJALNY W ROKU SZKOLNYM 2011/2012**

## **CZEŚĆ MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZA MATEMATYKA**

**KLUCZ ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA ZADAŃ**

**ARKUSZ GM-M7-122**

**KWIECIEŃ 2012**

### **Zadania zamknięte**

<b>Numer zadania</b>	<b>Poprawna odpowiedź</b>	<b>Zasady przyznawania punktów</b>
1.	D	<ul style="list-style-type: none"><li>• poprawna odpowiedź – 1 p.</li><li>• błędna odpowiedź lub brak odpowiedzi – 0 p.</li></ul>
2.	B	
3.	B	
4.	A	
5.	PF	
6.	C	
7.	D	
8.	D	
9.	B	
10.	PF	
11.	A	
12.	B	
13.	C	
14.	A	
15.	D	
16.	FP	
17.	TC	
18.	A	
19.	C	
20.	D	

## Zadania otwarte

### UWAGA

- Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania popełniono jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale stosowano poprawne metody, to obniżamy ocenę rozwiązania o 1 punkt.

### Zadanie 21. (0-4)

#### Przykładowe sposoby rozwiązania

##### I sposób

$x$  – pojemność dużej doniczki

$y$  – pojemność małej doniczki

$$\begin{cases} 2x + 9y = 6 \\ 4x + 6y = 6 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu układu równań otrzymujemy:

$$x = 0,75$$

$$y = 0,5$$

Odpowiedź: Duża doniczka ma pojemność 0,75 litra, a mała 0,5 litra.

##### II sposób

Biorąc pod uwagę, że doniczki Kasi zawierają tyle samo ziemi co doniczki Asi wnioskujemy, że dwie duże doniczki zawierają tyle samo ziemi, co trzy małe.

Stąd pojemność małej doniczki stanowi  $\frac{2}{3}$  pojemności dużej lub inaczej, duża doniczka ma 1,5 razy większą pojemność niż mała.

$x$  – pojemność dużej doniczki

lub

$y$  – pojemność małej doniczki

$$y = \frac{2}{3}x - \text{pojemność małej doniczki}$$

$$x = 1,5y - \text{pojemność dużej doniczki}$$

$$2x + 9 \cdot \frac{2}{3}x = 6$$

$$2 \cdot 1,5y + 9y = 6$$

$$x = 0,75 \text{ (litra)}$$

$$y = 0,5 \text{ (litra)}$$

$$y = \frac{2}{3} \cdot 0,75 = 0,5 \text{ (litra)}$$

$$x = 1,5 \cdot 0,5 = 0,75 \text{ (litra)}$$

Odpowiedź: Duża doniczka ma pojemność 0,75 litra, a mała 0,5 litra.

##### III sposób

Biorąc pod uwagę, że doniczki Kasi zawierają tyle samo ziemi co doniczki Asi wnioskujemy, że dwie duże doniczki zawierają tyle samo ziemi, co trzy małe.

Stąd duża doniczka ma 1,5 razy większą pojemność niż mała ( $V_d = 1,5V_m$ ).

Zatem 6 litrów ziemi wsypujemy do 12 małych doniczek.

12 małych doniczek — 6 litrów

$$1 \text{ mała doniczka} = \frac{6}{12} \text{ l} = \frac{1}{2} \text{ l}$$

1 duża doniczka ma pojemność:  $1,5 \cdot 0,5 \text{ l} = 0,75 \text{ l}$

Odpowiedź: Pojemność dużej doniczki jest równa 0,75 litra, a małej 0,5 litra.

#### IV sposób

Biorąc pod uwagę, że doniczki Kasi zawierają tyle samo ziemi co doniczki Asi wnioskujemy, że dwie duże doniczki zawierają tyle samo ziemi, co trzy małe.

Stąd pojemność małej doniczki stanowi  $\frac{2}{3}$  pojemności dużej ( $V_m = \frac{2}{3} V_d$ ).

Zatem 6 litrów ziemi wsypujemy do 8 dużych doniczek.

8 dużych doniczek — 6 litrów

$$1 \text{ duża doniczka} = \frac{6}{8} \text{ l} = \frac{3}{4} \text{ l}$$

$$1 \text{ mała doniczka ma pojemność: } \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \text{ l} = 0,5 \text{ l}$$

Odpowiedź: Pojemność dużej doniczki jest równa 0,75 litra, a małej 0,5 litra.

#### Poziom wykonania

##### **P<sub>6</sub> – 4 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie pojemności doniczek (0,75 l i 0,5 l)

##### **P<sub>5</sub> – 3 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)**

obliczenie pojemności dużej doniczki (0,75 l)

lub

obliczenie pojemności małej doniczki (0,5 l)

##### **P<sub>4</sub> – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne**

ułożenie poprawnego równania z jedną niewiadomą, nawet bez oznaczenia niewiadomej użytej w równaniu (sposób II)

lub

ułożenie poprawnego układu równań, nawet bez oznaczenia niewiadomych użytych w równaniach (sposób I)

lub

ustalenie, że pojemność małej doniczki stanowi  $\frac{2}{3}$  pojemności dużej lub pojemność dużej to

1,5 pojemności małej doniczki (sposób III i IV)

##### **P<sub>2</sub> – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane**

zapisanie jednego poprawnego równania opisującego związek między dwiema niewiadomymi (sposób I)

lub

stwierdzenie, że dwie duże doniczki zawierają tyle samo ziemi, co trzy małe (sposób II, III i IV)

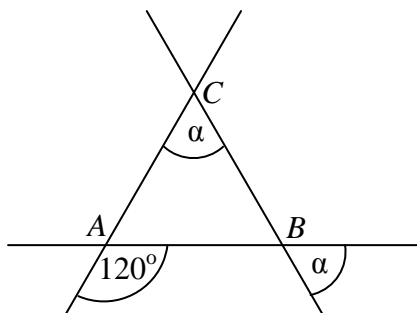
##### **P<sub>0</sub> – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

## Zadanie 22. (0-2)

### Przykładowe sposoby rozwiązania

#### I sposób



Korzystając z własności kątów wierzchołkowych otrzymujemy:  $|\sphericalangle ABC| = \alpha$

Korzystając z własności kątów przyległych otrzymujemy:

$$|\sphericalangle CAB| = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Korzystając z twierdzenia o sumie kątów w trójkącie mamy:

$$|\sphericalangle ABC| + |\sphericalangle BCA| + |\sphericalangle CAB| = 180^\circ$$

$$\alpha + \alpha + 60^\circ = 180^\circ$$

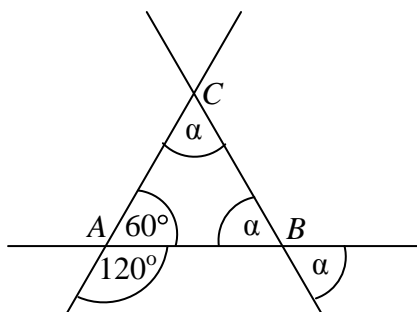
$$2\alpha = 120^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Czyli:  $|\sphericalangle CAB| = 60^\circ$ ,  $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$ ,  $|\sphericalangle BCA| = 60^\circ$

Trójkąt  $ABC$  jest równoboczny.

#### II sposób



$$\alpha + \alpha + 60^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha = 120^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Trójkąt  $ABC$  jest równoboczny.

#### Poziom wykonania

##### **P<sub>6</sub> – 2 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie, że  $\alpha = 60^\circ$

**P<sub>5,4</sub> – 1 punkt – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.) albo rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne**

zapisanie równości:  $|\sphericalangle CAB| = 60^\circ$  i  $|\sphericalangle ABC| = \alpha$

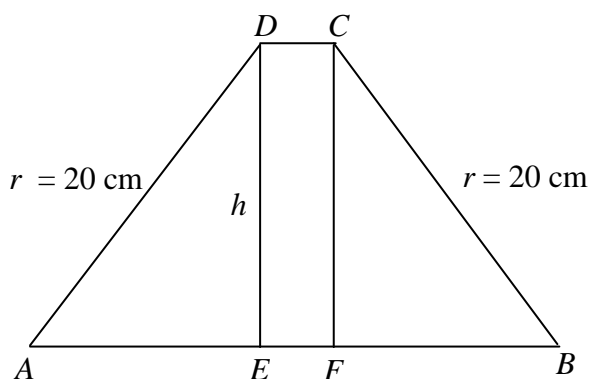
##### **P<sub>0</sub> – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

np. Trójkąt jest równoboczny, bo wszystkie jego boki mają taką samą długość.

### Zadanie 23. (0-4)

#### Przykładowy sposób rozwiązania



Oznaczenia:

$$AB = a = 28 \text{ cm}$$

$$CD = EF = b$$

$$AE = FB = x$$

Długość podstawy  $CD$  trapezu jest równa

$$28 + 20 + b + 20 = 72$$

$$b = 72 - 68$$

$$b = 4 \text{ (cm)}$$

Długość odcinka  $AE = FB = x$

$$2x + 4 = 28$$

$$2x = 24$$

$$x = 12 \text{ (cm)}$$

Wysokość  $h$  trapezu (z twierdzenia Pitagorasa w trójkącie  $AED$ ) jest równa

$$12^2 + h^2 = 20^2$$

$$h^2 = 400 - 144$$

$$h^2 = 256$$

$$h = 16 \text{ (cm)}$$

$$\text{Pole trapezu } P = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$P = \frac{28+4}{2} \cdot 16 = \frac{32}{2} \cdot 16 = 256 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź. Pole trapezu jest równe  $256 \text{ cm}^2$ .

#### Poziom wykonania

**P<sub>6</sub> – 4 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie pola trapezu ( $256 \text{ cm}^2$ )

**P<sub>5</sub> – 3 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część**

**rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)**

zapisanie poprawnie sposobu obliczenia pola trapezu

**P<sub>2</sub> – 2 punkty – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane**

obliczenie wysokości trapezu ( $16 \text{ cm}$ )

**P<sub>1</sub> – 1 punkt – dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania**

obliczenie długości krótszej podstawy trapezu ( $4 \text{ cm}$ )

lub

obliczenie długości odcinka  $AE$  ( $12 \text{ cm}$ )

**P<sub>0</sub> – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania