CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-200-2205; OMAP-400-2205; OMAP-500-2205; OMAP-C00-2205; OMAU-C00-2205
Termin egzaminu:	25 maja 2022 r.
Data publikacji dokumentu:	23 czerwca 2022 r.

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych. V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartość prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

[1] Załącznik nr 1 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczegółowych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz. 493, z późn. zm.).

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	I. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 1) zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe. II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym. XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów […], mających daną własność […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A3

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AC

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	VIII. Pierwiastki. Uczeń: 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz prostego wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki np. $1+\sqrt{2}$, $2-\sqrt{2}$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	III. Liczby całkowite. Uczeń: 1) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych) lub pisemnie; 4) porównuje ułamki z wykorzystaniem ich różnicy.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych; 5) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	III. Liczby całkowite. Uczeń: 3) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie). XVII. Wielokąty. Uczeń: 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XVII. Wielokąty. Uczeń: 4) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków; 5) stosuje wzory na pole trójkąta […] trapezu przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, a także do wyznaczania długości odcinków […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.°C – 0C)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. x^2 – x_2, m_2 – m^2).

Zadanie 16. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi. XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby **korali zielonych** w naszyjniku, prawidłowe obliczenia ***oraz*** podanie liczby korali zielonych w naszyjniku (3),
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby **wszystkich korali** w naszyjniku, prawidłowe obliczenia ***oraz*** podanie liczby korali zielonych w naszyjniku (3),
  LUB
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia liczby korali zielonych w naszyjniku, prawidłowe obliczenia ***oraz*** podanie liczby korali zielonych w naszyjniku (3),
  LUB
- sprawdzenie, czy 3 zielone korale stanowią 20% wszystkich korali w naszyjniku, prawidłowe obliczenia ***oraz*** podanie liczby zielonych korali w naszyjniku (3).

1 punkt

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby **zielonych korali** w naszyjniku, np. zapisanie $x = 0{,}2 \cdot (12 + x)$ (lub zapisy równoważne),
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby **wszystkich korali** w naszyjniku, np. zapisanie $4 + 8 + \frac{1}{5}y = y$ (lub zapisy równoważne),
  LUB
- ustalenie, że łączna liczba korali srebrnych i czerwonych (12) stanowi 80% (czyli $\frac{4}{5}$) liczby wszystkich korali i zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia liczby zielonych korali albo liczby wszystkich korali,
  LUB
- sprawdzenie warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb zielonych korali innych niż 3.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

<u>Uwaga</u>
Jeżeli uczeń na rysunku przedstawia liczbę wszystkich korali w naszyjniku (15) ***oraz*** zapisuje, że 3 korale stanowią 20% liczby wszystkich korali i nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje **2 punkty**.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Oznaczymy liczbę zielonych korali przez x.

Łączna liczba korali srebrnych i czerwonych jest równa $4 + 8 = 12$.

Wszystkich korali jest $12 + x$.

Ponieważ zielone korale stanowią 20% wszystkich, to

$$x = 0{,}2 \cdot (12 + x)$$

$$x = 2{,}4 + 0{,}2x$$

$$0{,}8x = 2{,}4$$

$$x = 3$$

Odpowiedź: W naszyjniku są 3 korale zielone.

II sposób

x – liczba zielonych korali

$4 + 8 + x$ – liczba wszystkich korali

Zielone korale stanowią 20%, czyli $\frac{1}{5}$ wszystkich korali w naszyjniku, więc

$$x = \frac{1}{5}(4 + 8 + x) \ /\cdot 5$$

$$5x = 12 + x$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

Odpowiedź: W naszyjniku są 3 korale zielone.

III sposób

x – liczba wszystkich korali

$$4+\ 8+\frac{1}{5}x=x$$

$$\frac{4}{5}\ x=12$$

$$x=15$$

$$15:5=3$$

Odpowiedź: W naszyjniku są 3 korale zielone.

IV sposób

$4\ +8=12$ – liczba korali srebrnych i czerwonych

$\frac{4}{5}$ wszystkich korali to 12, zatem $\frac{1}{5}$ wszystkich korali to $12:4$.

$$12:4=3$$

Stąd wynika, że $\frac{1}{5}$ wszystkich korali to 3.

Odpowiedź: W naszyjniku są 3 korale zielone.

V sposób

12 – korale srebrne i czerwone
x – korale zielone

12 korali stanowi $\frac{4}{5}$ wszystkich korali.

Korale zielone stanowią $\frac{1}{5}$ wszystkich korali.

$$x=\left(12:\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{1}{5}=3$$

Odpowiedź: W naszyjniku są 3 korale zielone.

VI sposób

Zielone korale to 20% liczby wszystkich korali w naszyjniku.

4 korale srebrne i 8 korali czerwonych stanowią 80% liczby wszystkich korali w naszyjniku.

x – liczba wszystkich korali

80% to 12 korali

100% to x korali

$$0{,}8\cdot x=12\cdot 1$$

$$x = \frac{12 \cdot 1}{0{,}8}$$

$$x = 15$$

$$15 - 12 = 3$$

Odpowiedź: W naszyjniku są 3 korale zielone.

VII sposób

Korale zielone stanowią 20% liczby wszystkich korali, zatem 12 korali (srebrnych i czerwonych) stanowi 80% liczby wszystkich korali.

12 stanowi 80% liczby wszystkich korali

Zatem:

$12 : 4$ stanowi $80\% : 4$ liczby wszystkich korali

3 stanowi 20% liczby wszystkich korali

Odpowiedź: W naszyjniku są 3 korale zielone.

VIII sposób

Gdyby były 4 zielone korale, to stanowiłyby $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ wszystkich korali – więcej niż $\frac{1}{5}$.

Gdyby były 2 zielone korale, to stanowiłyby $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$ wszystkich korali – mniej niż $\frac{1}{5}$.

Gdyby były 3 zielone korale, to stanowiłyby $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ wszystkich korali.

Odpowiedź: W naszyjniku są 3 korale zielone.

Zadanie 17. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 7) w sytuacji praktycznej oblicza […] prędkość przy danej drodze i czasie […] oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia prędkości z jaką kierowca przejechał trasę w ciągu 15 minut, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy wyrażony w $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ $\left(90\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)$.

1 punkt

- poprawne obliczenie czasu $(15\ \mathrm{min})$ przejazdu trasy i wyrażenie go jako część godziny, np. zapisanie
  $15\ \text{minut} = \frac{1}{4}\ \mathrm{h}$,
  LUB
- poprawny sposób obliczenia prędkości, czyli zastosowanie poprawnego związku między prędkością a drogą całkowitą i czasem, np. zapisanie
  $v = \frac{22{,}5\ \mathrm{km}}{15\ \mathrm{min}}$ (lub zapisy równoważne),
  LUB
- poprawny sposób obliczenia drogi przebytej w ciągu 1 godziny, gdyby kierowca jechał ze stałą prędkością, czyli zastosowanie poprawnego związku między drogami przebytymi w ciągu $15\ \mathrm{min}$ oraz $60\ \mathrm{min}$ i tymi czasami, z zastosowaniem własności wielkości proporcjonalnych, np. zapisanie
  $\frac{s}{22{,}5\ \mathrm{km}} = \frac{60\ \mathrm{min}}{15\ \mathrm{min}}$ *LUB* $\frac{s}{60\ \mathrm{min}} = \frac{22{,}5\ \mathrm{km}}{15\ \mathrm{min}}$ (lub zapisy równoważne).

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

<u>Uwagi</u>

- Błąd przy zamianie jednostek traktuje się jako błąd rachunkowy.
- Błędne ustalenie czasu przejazdu drogi traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Czas przejazdu od godziny $7{:}50$ do godziny $8{:}05$ jest równy 15 minut.
Skorzystamy ze wzoru na prędkość

$$v = \frac{s}{t},$$ gdzie:

v – prędkość

$s = 22{,}5\ \mathrm{km}$ – droga

$t = 15\ \text{minut} = 15 \cdot \frac{1}{60}\mathrm{h} = \frac{1}{4}\mathrm{h}$ – czas

$$v = \frac{22{,}5\ \mathrm{km}}{\frac{1}{4}\ \mathrm{h}} = 22{,}5 \cdot 4\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 90\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Odpowiedź: Kierowca jechał z prędkością $90\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

II sposób

Od godziny $7:50$ do godziny $8:05$ minęło 15 minut.

$$15\ \mathrm{min} = 0{,}25\ \mathrm{h}$$

$$v = \frac{22{,}5\ \mathrm{km}}{0{,}25\ \mathrm{h}} = 90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Odpowiedź: Kierowca jechał z prędkością $90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

III sposób

Czas przejazdu od godziny $7:50$ do godziny $8:05$ jest równy 15 minut.

Obliczymy, ile kilometrów kierowca przejechałby w ciągu $1\ \mathrm{h}$ $(60\ \mathrm{min})$, gdyby jechał z tą samą prędkością.

$$22{,}5\ \mathrm{km}\ \text{w}\ 15\ \mathrm{minut}$$

$$x\ \mathrm{km}\ \text{w}\ 60\ \mathrm{minut}$$

$$x = \frac{60\ \mathrm{min}\ \cdot\ 22{,}5\ \mathrm{km}}{15\ \mathrm{min}}$$

$$x = 90\ \mathrm{km}$$

Odpowiedź: Kierowca jechał z prędkością $90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

IV sposób

Od godziny $7:50$ do godziny $8:05$ minęło 15 minut.

$$60\ \mathrm{min} : 15\ \mathrm{min} = 4$$

$$22{,}5\ \mathrm{km} \cdot 4 = 90\ \mathrm{km}$$

Odpowiedź: Kierowca jechał z prędkością $90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

Zadanie 18. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) zna najważniejsze własności […] rombu […]; 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia długości przekątnej BD, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (10 cm).

2 punkty
- poprawny sposób obliczenia połowy długości przekątnej BD (zastosowanie twierdzenia Pitagorasa i podstawienie do wzoru długości boku rombu i połowy długości przekątnej AC, np. zapisanie $|EB|^2 + 12^2 = 13^2$),
  LUB
- obliczenie lub ustalenie (np. zapisanie na rysunku) połowy długości przekątnej AC rombu (12 cm) ***oraz*** obliczenie lub ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości boku rombu (13 cm) ***oraz*** ustalenie (np. zapisanie na rysunku) połowy długości przekątnej BD rombu (5 cm).

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia lub ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości boku rombu (13 cm) ***oraz*** zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia połowy długości przekątnej BD (zgodnie z przyjętymi oznaczeniami), np. zapisanie
  do trójkąta BCE
  $|BC| = 13, \quad |EB|^2 + |CE|^2 = |BC|^2$,
  LUB
  do trójkąta ABE
  $|BE|^2 + |EA|^2 = 13^2$,
- poprawny sposób obliczenia lub ustalenie (np. zapisanie na rysunku) połowy długości przekątnej AC rombu (12 cm) ***oraz*** zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia połowy długości przekątnej BD (zgodnie z przyjętymi oznaczeniami), np. zapisanie
  do trójkąta CDE
  $|DE|^2 + 12^2 = |CD|^2$,
  LUB
  do trójkąta DAE
  $|AE| = 12, \quad |AE|^2 + |ED|^2 = |DA|^2$,
- poprawny sposób obliczenia lub ustalenie (np. zapisanie na rysunku) połowy długości przekątnej AC rombu (12 cm) ***oraz*** poprawny sposób obliczenia lub ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości boku rombu (13 cm).

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

- Jeżeli uczeń wykona na rysunku pomiary linijką długości boku rombu lub przekątnej AC i długości przekątnej BD ***oraz*** zapisze poprawne proporcje, np.

  $\frac{|AB|}{|AB|_{rys.}} = \frac{|BD|}{|BD|_{rys.}}$ $\quad LUB \quad$ $\frac{|AC|}{|AC|_{rys.}} = \frac{|BD|}{|BD|_{rys.}}$ (lub zapisy równoważne)

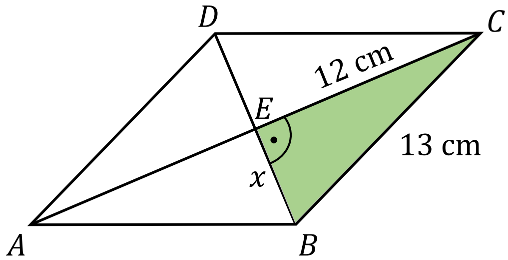
  (gdzie indeks $_{rys.}$ oznacza zmierzoną na rysunku, a nie rzeczywistą długość odcinka) i uzyska przybliżony wynik $|BD| \approx 10\ \mathrm{cm}$, to za takie rozwiązanie otrzymuje **2 punkty**.
- Jeżeli uczeń obliczy długość boku rombu $(13\ \mathrm{cm})$, poprawnie odwzoruje przy pomocy linijki rysunek (cały romb lub np. trójkąt ABD) w skali $1 : 1$ zgodnie z danymi w treści zadania, zachowując odpowiednie miary kątów, zmierzy długość przekątnej BD (lub bok BD rozpatrywanego trójkąta ABD) i otrzyma przybliżony wynik $|BD| \approx 10\ \mathrm{cm}$ lub ustali ***oraz*** zapisze długość przekątnej $|BD| = 10\ \mathrm{cm}$ to otrzymuje **2 punkty**.
- Nie ocenia się stosowania jednostek.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 3 punkty

Obliczymy długość boku rombu.
Obwód rombu jest równy $52\ \mathrm{cm}$, czyli jeden bok rombu ma długość: $52\ \mathrm{cm} : 4 = 13\ \mathrm{cm}$.

Przekątne rombu dzielą się na połowy i przecinają się pod kątem prostym. Punkt przecięcia przekątnych oznaczymy jako E, tak jak na rysunku.
Przekątna AC ma długość $24\ \mathrm{cm}$, a jej połowa to $12\ \mathrm{cm}$.

Trójkąt BCE jest prostokątny.



Oznaczymy połowę długości przekątnej BD jako x i obliczymy tę długość, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$$x^2 + 12^2 = 13^2$$
$$x^2 = 13^2 - 12^2$$
$$x^2 = 169 - 144$$
$$x = \sqrt{25} = 5\ (\mathrm{cm})$$

Ponieważ x stanowi połowę długości przekątnej BD, stąd

$$|BD| = 2x$$
$$|BD| = 2 \cdot 5 = 10\ (\mathrm{cm})$$

Odpowiedź: Przekątna BD ma długość $10\ \mathrm{cm}$.

Zadanie 19. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych […]; 5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych i prawidłowych.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia objętości graniastosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy z jednostką ($6\ 400\ \mathrm{cm}^3$).

2 punkty
- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy, np. zapisanie $a = 48\ \mathrm{cm} : 3$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa, np. zapisanie $H = 41\ \mathrm{cm} - a$
  oraz zapisanie lub zastosowanie (zgodnie z oznaczeniami krawędzi przyjętymi na rysunku) wzoru na objętość, np. zapisanie $V = a^2 \cdot H$ (lub zapisy równoważne na symbolach albo liczbach jednoznacznie identyfikujące krawędzie graniastosłupa),
  LUB
- zapisanie $a = 16\ (\mathrm{cm})$ oraz $H = 25\ (\mathrm{cm})$ lub oznaczenie na odpowiednich odcinkach siatki 16 i 25 ***oraz*** poprawny sposób obliczenia objętości graniastosłupa, tzn. zastosowanie wzoru na objętość i podstawienie wartości liczbowych do wzoru, np. zapisanie $V = 16^2 \cdot 25$.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy graniastosłupa, np. zapisanie $a = 48\ \mathrm{cm} : 3$,
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krawędzi podstawy graniastosłupa $a = 16\ \mathrm{cm}$,
  LUB
- poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa, np. zapisanie $H = 41\ \mathrm{cm} - a$ (uczeń za a może podstawić wartość liczbową, którą identyfikuje jako długość krawędzi podstawy),
  LUB
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) wysokości graniastosłupa $H = 25\ \mathrm{cm}$.

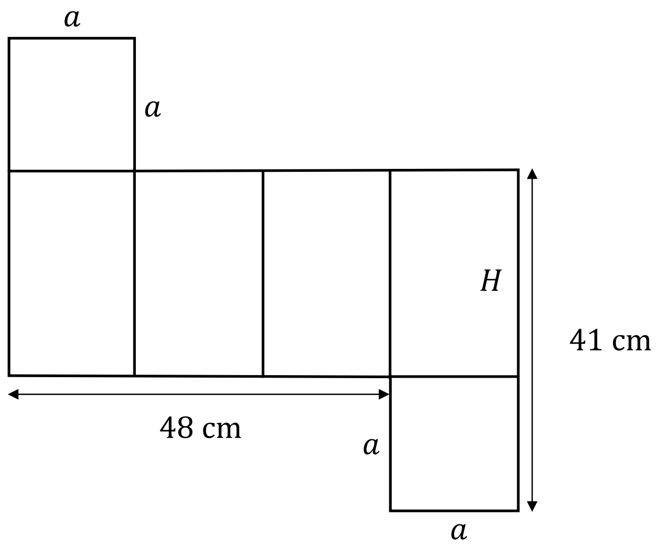
0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga
Poprawność stosowania jednostek ocenia się tylko w wyniku końcowym.
Zapisanie niewłaściwej jednostki objętości lub brak jednostki objętości w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat.
Oznaczymy długość krawędzi podstawy graniastosłupa jako a.
Wysokość graniastosłupa oznaczymy jako H.



Obliczymy długość krawędzi podstawy:

$$3a = 48 \text{ (cm)}$$
$$a = 16 \text{ (cm)}$$

Obliczymy wysokość tego graniastosłupa:
H– wysokość graniastosłupa

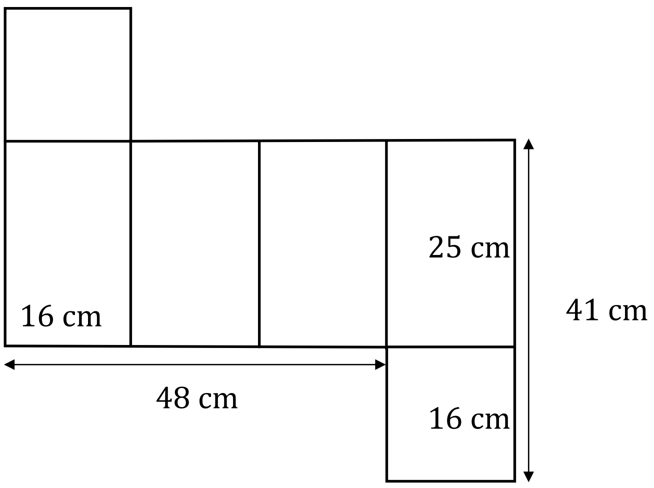
$$a + H = 41$$
$$H = 41 - 16$$
$$H = 25 \text{ (cm)}$$

Obliczymy objętość graniastosłupa:

$$V = a^2 \cdot H$$
$$V = 16^2 \cdot 25 = 6\,400 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź: Objętość graniastosłupa jest równa $6\,400 \text{ cm}^3$.

II sposób



$$V = 16^2 \mathrm{cm}^2 \cdot 25\ \mathrm{cm} = 6\ 400\ \mathrm{cm}^3$$

Odpowiedź: Objętość graniastosłupa jest równa $6\ 400\ \mathrm{cm}^3$.