CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

EGZAMIN MATURALNY
W ROKU SZKOLNYM 2016/2017

FORMUŁA DO 2014
(„STARA MATURA”)

FIZYKA I ASTRONOMIA
POZIOM PODSTAWOWY

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ
ARKUSZ MFA-P1

MAJ 2017

Zadania zamknięte

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie wartości prędkości względnej (I.1.1.4).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Stosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (I.1.2.2).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A

Zadanie 3. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Stosowanie pojęć i praw fizycznych do rozwiązywania problemów praktycznych (III.2).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie wykresu (II.1.b).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
D

Zadanie 5. ***(1 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie wpływu pola magnetycznego na ruch ciał (I.1.2b.7).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A

Zadanie 6. ***(1 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Wyznaczanie siły działającej na ciało w wyniku oddziaływania magnetycznego (I.1.2.1).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
B

Zadanie 7. ***(1 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji przedstawionych w formie wykresu (II.1.b).
Wiadomości i rozumienie.	Konstruowanie obrazów w soczewce skupiającej dla różnych położeń przedmiotu.

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
D

Zadanie 8. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Podawanie podstawowych założeń modelu atomu wodoru wg Bohra (I.1.5.19).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
C

Zadanie 9. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie zjawiska fotoelektrycznego zewnętrznego i wyjaśnianie go zgodnie z założeniami kwantowego modelu światła (I.1.5.17).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
A

Zadanie 10. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami jądrowego niedoboru masy i energii wiązania (I.1.6.6).

Schemat punktowania
1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
C

Zadania otwarte
Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 11. ***(3 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji podanych w formie wykresu (II.1.b).
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie czasu, drogi i przyśpieszenia w ruchu jednostajnie zmiennym oraz jednostajnym (I.1.1.3).

Schemat punktowania
3 p. – prawidłowa metoda obliczenia czasu oraz przyśpieszenia i prawidłowe wyniki z jednostkami.
2 p. – prawidłowa metoda obliczenia czasu, prawidłowy wynik z jednostką oraz brak obliczenia przyśpieszenia albo błąd w obliczeniach przyśpieszenia
lub
– prawidłowa metoda obliczenia czasu i przyśpieszenia oraz błąd rachunkowy w obliczeniu czasu i obliczenie przyspieszenia z błędną wartością czasu.
1 p. – zapisanie wyrażenia na drogę jako pole figury pod wykresem
lub
– poprawne obliczenie przyśpieszenia, gdy czas oszacowano z wykresu na około 3 s, a nie obliczono w sposób ścisły.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Zapisujemy wyrażenie na drogę, jako pole figury pod wykresem:

$$s = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot t_1 + 8 \cdot t_2 \quad \text{oraz} \quad t_1 + t_2 = 10\ \text{s} \quad \text{oraz} \quad s = 67\ \text{m}$$

gdzie t_1 oznacza czas przyśpieszenia, a t_2 oznacza czas ruchu jednostajnego.
Obliczamy czas przyśpieszania:

$$67 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot t_1 + 8 \cdot (10 - t_1) \quad \rightarrow \quad t_1 = t = 3{,}25\ \text{s}$$

Obliczamy przyśpieszenie:

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v}{t} \quad \rightarrow \quad a = \frac{8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}25\ \text{s}} = 2{,}46\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Zadanie 12.1. *(3 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizyczne z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciem pracy (I.1.6.1). Analizowanie ruchów ciał z uwzględnieniem sił tarcia (I.1.2.3).

Schemat punktowania
3 p. – prawidłowa metoda obliczenia pracy i prawidłowy wynik z jednostką.
2 p. – prawidłowa metoda obliczenia pracy (sposób 1 lub sposób 2) i błąd w obliczeniach albo wynik bez jednostki
lub
– prawidłowe obliczenie ciężaru skrzyni oraz prawidłowe obliczenie pracy przeciwko sile tarcia ($W_T = Ts = 160$ J).
1 p. – prawidłowe obliczenie ciężaru skrzyni $Q = 200$ N
lub
– obliczenie dodatkowej pracy, którą trzeba wykonać z powodu występowania siły tarcia oraz błąd popełniony przy obliczaniu ciężaru skrzyni
lub
– zapisanie wzoru na siłę, którą należy zrównoważyć ciągnąc skrzynię po desce.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Obliczamy ciężar skrzyni na podstawie informacji o pracy wykonanej przy pionowym jej podnoszeniu:

$$240\ \mathrm{J} = Q \cdot h \ \rightarrow\ 240\ \mathrm{J} = Q \cdot 1{,}2\ \mathrm{m} \ \rightarrow\ Q = 200\ \mathrm{N}$$

Obliczamy wartość siły tarcia z informacji w zadaniu:

$$T = 0{,}2 \cdot Q = 40\ \mathrm{N}$$

Obliczamy pracę W wykonaną podczas ciągnięcia skrzyni po desce.
<u>1 sposób</u>
Praca ta jest równa sumie: pracy wykonanej przeciwko sile grawitacji (która nie zależy od drogi i jest taka sama jak przy pionowym unoszeniu) oraz pracy wykonanej przeciwko sile tarcia:

$$W = W_Q + W_T = W_Q + Ts \ \rightarrow\ W = 240\ \mathrm{J} + 40\ \mathrm{N} \cdot 4\ \mathrm{m} = 100\ \mathrm{J}$$

<u>2 sposób</u>
Obliczamy wartość siły, którą należy zrównoważyć, gdy ciągnie się skrzynię po desce:

$$F = T + Q \cdot \sin\alpha = 40\ \mathrm{N} + 200\ \mathrm{N} \cdot \frac{1{,}2}{4} = 100\ \mathrm{N}$$

Obliczamy pracę przeciwko sile F, którą należy zrównoważyć ciągnąc skrzynię po desce:

$$W = W_F = Fs \ \rightarrow W = 100\ \mathrm{N} \cdot 4\ \mathrm{m} = 400\ \mathrm{J}$$

Zadanie 12.2. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Stosowanie pojęć i praw fizycznych do rozwiązywania problemów praktycznych (III.2).

Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe wyjaśnienie.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Podczas wciągania skrzyni po desce działa się w tym przypadku siłą o wartości $F = 100$ N (zobacz w rozwiązaniu zadania 12.1), a więc mniejszą niż siła potrzebna do zrównoważenia ciężaru skrzyni 200 N, podczas podnoszenia pionowego.

Zadanie 13. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Analizowanie II prędkości kosmicznej (I.1.2.8).

Schemat punktowania
2 p. – prawidłowa metoda obliczenia drugiej prędkości kosmicznej dla Księżyca i prawidłowy wynik z jednostką.
1 p. – zastosowanie wzoru $v_{II} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}$ i brak lub błąd w obliczeniach.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Drugą prędkość kosmiczną wyrazimy przez R i g – promień planety i przyśpieszenie grawitacyjne przy jej powierzchni:

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad \text{oraz} \quad g = \frac{GM}{R^2} \quad \rightarrow \quad v_{II} = \sqrt{2gR}$$

Obliczamy v_{IIK} na podstawie informacji o stosunkach promieni oraz przyśpieszeń grawitacyjnych:

$$\frac{v_{IIK}}{v_{IIZ}} = \frac{\sqrt{2g_K R_K}}{\sqrt{2g_Z R_Z}} \qquad \rightarrow \qquad v_{IIK} = \sqrt{\frac{1}{6 \cdot 4}} \cdot v_{IIZ} = 2{,}29\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Zadanie 14. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Stosowanie praw Keplera do opisu ruchu planet (I.1.7.3).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia okresu orbitalnego Marsa i prawidłowy wynik z jednostką.

1 p. – zapisanie trzeciego prawa Keplera oraz poprawna identyfikacja danych i brak lub błąd w obliczeniach okresu orbitalnego Marsa.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapisujemy III prawo Keplera oraz identyfikujemy wielkości w nim występujące:

$$\frac{T_M^2}{A_M^3} = \frac{T_Z^2}{A_Z^3}, \quad A_Z = 1\ \text{AU}, \quad T_Z = 365{,}25\ \text{dni}, \quad \text{A}_\text{M} = 1{,}524\ \text{AU}$$

(Dopuszczamy $T_Z = 365$ dni.) Z powyższych zapisów obliczamy T_M:

$$T_M = \sqrt{\left(\frac{1{,}524}{1}\right)^3} \cdot 365{,}25 = 687\ \text{dni}$$

Należy dopuścić wyniki od $T_M = 686{,}50$ dnia do $T_M = 687{,}50$ dnia.

Zadanie 15.1. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Stosowanie równania Clapeyrona i równania stanu gazu doskonałego do wyznaczania parametrów gazu (I.1.4.1).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia ciśnienia końcowego oraz prawidłowy wynik z jednostką.

1 p. – zastosowanie równania Clapeyrona (lub prawa przemiany izochorycznej) oraz błąd w obliczeniach

lub

– zastosowanie równania Clapeyrona (lub prawa przemiany izochorycznej) oraz podstawienie do wzoru temperatury wyrażonej w stopniach Celsjusza.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapisujemy prawo przemiany izochorycznej wynikające z równania Clapeyrona:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Temperatury powietrza w piłce (przed i po rozgrzaniu) wyrazimy skali bezwzględnej:

$$T_1 = 294\ \text{K}, \quad T_2 = 315\ \text{K}$$

Obliczamy ciśnienie końcowe w piłce:

$$\frac{1\,200\ \text{hPa}}{294\ \text{K}} = \frac{p_2}{315\ \text{K}} \quad \rightarrow \quad p_2 = 1\,286\ \text{hPa}$$

Zadanie 15.2. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Stosowanie I zasady termodynamiki (I.1.4.4).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa nazwa przemiany oraz prawidłowy wybór określeń dla dotyczących wielkości wymienionych w tabeli.
1 p. – prawidłowa nazwa przemiany
lub
– prawidłowy wybór określeń dla dotyczących wielkości wymienionych w tabeli.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie

Nazwa przemiany	Energia wewnętrzna	Ciepło	Praca
izochoryczna	*wzrosła*	*pobierane z otoczenia*	*nie jest wykonywana*

Zadanie 16.1. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji podanych w formie wykresu (II.1.b).
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie okresu drgań wahadła matematycznego (I.1.3.3).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia długości wahadła oraz prawidłowy wynik z jednostką.
1 p. – prawidłowa metoda obliczenia długości wahadła oraz błąd w obliczeniach lub wynik bez jednostki
lub
– poprawne ustalenie okresu drgań $\mathrm{T} = 2$ s oraz brak lub dalej błędne zapisy
lub
– poprawne przekształcenie wzoru na okres drgań wahadła matematycznego oraz brak albo błędne określenie okresu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zauważamy, że wykres zależności energii kinetycznej od czasu jest narysowany w przedziale czasu równym połowie okresu drgań wahadła (ponieważ $E_{kin} = 0$ gdy ciężarek znajduje się w przeciwnych wychyleniach maksymalnych). Dlatego

$$T = 2 \cdot 1\ \mathrm{s} = 2\ \mathrm{s}$$

Następnie zastosujemy wzór na okres drgań wahadła matematycznego do obliczenia długości tego wahadła l:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \rightarrow \quad l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \quad \rightarrow \quad l = \frac{2^2\ \mathrm{s}^2 \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{4 \cdot 3{,}14^2} = 0{,}99\ \mathrm{m} \approx 1{,}0\ \mathrm{m}$$

Zadanie 16.2. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie i analizowanie informacji podanych w formie wykresu (II.1.b).
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości (I.1.6.1). Opisywanie ruchu drgającego (I.1.3.a.3).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia chwil czasu oraz prawidłowe wyniki liczbowe z jednostką (jeżeli zdający zaznaczył na osi energii $E_k = 0{,}003$ J i zaznaczył na osi czasu 0,33 s i 0,67 s, to otrzymuje 2 pkt).
1 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia chwil czasu.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zanotujmy, że maksymalna energia kinetyczna oscylatora harmonicznego (tutaj wahadła matematycznego) jest równa jego całkowitej energii mechanicznej, a także jest równa maksymalnej energii potencjalnej tego oscylatora:

$$E_{kin\,max} = E_{pot\,max} = E = 0{,}004\ \mathrm{J}$$

Energia potencjalna oscylatora harmonicznego jest proporcjonalna do kwadratu wychylenia z położenia równowagi, dlatego gdy wychylenie jest równe połowie amplitudy to energia potencjalna wynosi ¼ energii całkowitej:

$$\frac{E_{pot\,x}}{E_{pot\,max}} = \left(\frac{x}{x_{max}}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad E_{pot\,x} = \frac{1}{4}E$$

W związku z powyższym, na energię kinetyczną w wychyleniu równym połowie amplitudy przypada ¾ energii całkowitej (czyli 0,003 J):

$$E_{kin} = E - E_{pot} \quad \rightarrow \quad E_{kin} = E - \frac{E}{4} = \frac{3}{4}E \quad \rightarrow \quad E_{kin} = 0{,}003\ \mathrm{J}$$

Odczytujemy z wykresu chwile czasu t, w których energia kinetyczna jest równa 0,003 J:

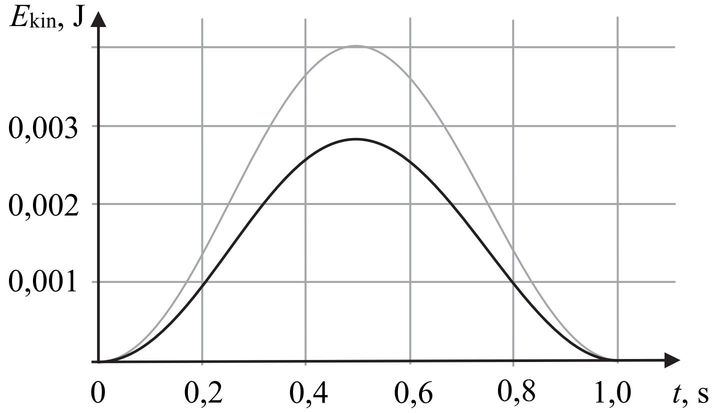
$$t_1 = \frac{1}{3}\ \mathrm{s} \approx 0{,}33\ \mathrm{s} \quad \text{oraz} \quad t_2 = \frac{2}{3}\ \mathrm{s} \approx 0{,}67\ \mathrm{s}$$

Zadanie 16.3. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów wykresu łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

Schemat punktowania
2 p. – uwzględnienie na rysunku, że energia kinetyczna jest mniejsza natomiast okres jest nie mniejszy niż wskazany.
1 p. – uwzględnienie na rysunku, że energia kinetyczna jest mniejsza.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Wykres zamieszczony poniżej uwzględnia:
- założenie o tym, że okres drgania słabo tłumionego można uznać za taki sam;
- fakt, że w wyniku oporów całkowita energia mechaniczna maleje.

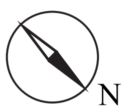


Zadanie 17. *(1 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku łącząc posiadane i podane informacje (II.2).
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie wpływu pola magnetycznego na ruch ciał (I.1.2b.7).

Schemat punktowania
1 p. – poprawne narysowanie ustawienia igiełki magnetycznej.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Poprawne rozwiązanie



Zadanie 18. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Wyznaczanie siły działającej na ciało w wyniku oddziaływania elektrostatycznego (I.1.2.1).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe zastosowanie prawa Coulomba do porównania wartości sił oddziaływania pomiędzy ładunkami q, Q i q, $3Q$ oraz prawidłowa odpowiedź.

1 p. – prawidłowe zapisanie wzorów dla obu sił i błędy w przekształceniach lub brak porównania sił.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Korzystamy z prawa Coulomba do porównania wartości sił oddziaływania pomiędzy ładunkami q i Q oraz q i $3Q$. Odległość pomiędzy q i Q oznaczamy d.

$$F_{qQ} = \frac{kqQ}{d^2}, \qquad F_{q3Q} = \frac{kq3Q}{(3d)^2} = \frac{kqQ}{3d^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{F_{qQ}}{F_{q3Q}} = 3$$

Stwierdzamy, że siła oddziaływania pomiędzy ładunkami q i Q jest trzy Ray większa niż pomiędzy ładunkami q i $3Q$. To oznacza, że siły nie równoważą się, zatem że ładunek q nie może pozostawać w spoczynku.

Zadanie 19. 1. ***(3 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Określanie przyczyn powstawania niepewności pomiarowych (I.1.8.5).

Schemat punktowania

3 p. – prawidłowy wybór linijek do obu pomiarów oraz oba prawidłowe uzasadnienia.

2 p. – prawidłowy wybór linijek do obu pomiarów oraz tylko jedno prawidłowe uzasadnienie.

1 p. – prawidłowy wybór linijek do obu pomiarów.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowa odpowiedź

Szacowanie niepewności pomiaru odległości d krótką linijką:

Pomiar odległości d równej około 90 cm linijką o długości 12 cm z podziałką 1 mm wymaga wykonania 8 pomiarów, każdy obarczony niepewnością 1 mm. W związku z tym niepewność tego pomiaru wynosi 8 mm.

Szacowanie niepewności pomiaru odległości d długą linijką:

Pomiar odległości d równej około 90 cm linijką o długości 100 cm z podziałką 0,5 cm wymaga wykonania 1 pomiaru, obarczonego niepewnością 0,5 cm. W związku z tym niepewność tego pomiaru wynosi 0,5 cm.

Uzasadnienie wyboru linijki do pomiaru d:

Niepewność w pomiarach krótszą linijką ale z dokładniejszą podziałką jest większa niż niepewność pomiaru długą linijką, ale z większą podziałką: 0,8 cm > 0,5 cm. Dlatego do pomiaru wybieramy linijkę dłuższą, ponieważ w całym pomiarze chcemy mieć mniejszą niepewność pomiarową.

Uzasadnienie wyboru krótszej linijki do pomiaru y:

Do pomiaru odległości y równej około 10 cm wystarczyłby jeden pomiar krótką lub długą linijką. W związku z tym niepewność w tym jednym pomiarze wynosi tyle, co podziałka na danej linijce i jest mniejsza dla krótkiej linijki: 0,1 cm < 0,5 cm. Dlatego do pomiaru odległości y wybieramy krótszą linijkę (o mniejszej podziałce).

Zadanie 19.2. ***(2pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).
Wiadomości i rozumienie.	Stosowanie równania soczewki cienkiej (I.1.5.9).

Schemat punktowania

2 p. – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru i prawidłowa postać końcowa wzoru.
1 p. – zapisanie wzoru soczewkowego oraz związku pomiędzy odpowiednimi odległościami.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zastosujemy wzory oraz związek pomiędzy odpowiednimi odległościami:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad x+y=d$$

Przekształcamy wzór do oczekiwanej postaci:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f}=\frac{y+x}{xy} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f}=\frac{d}{(d-y)y} \quad \rightarrow \quad f=\frac{(d-y)y}{d}$$

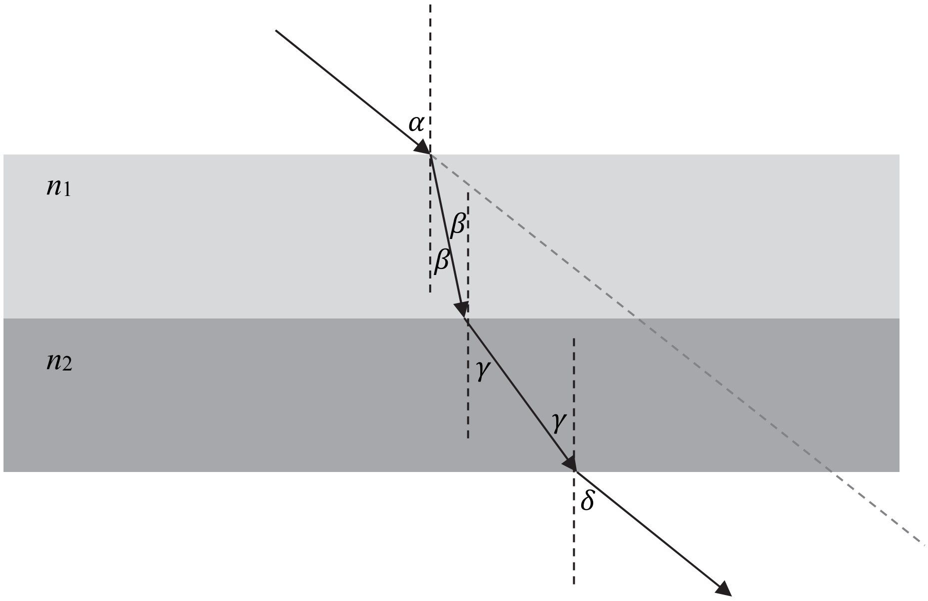
Zadanie 20.1. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Przetwarzanie informacji według podanych zasad: formułowanie opisu zjawiska (II.4.a).
Wiadomości i rozumienie.	Analizowanie zjawiska załamania światła (I.1.5.3).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowe oznaczenie wszystkich kątów oraz prawidłowe zapisanie trzech równań prawa załamania na każdej z trzech powierzchni oraz prawidłowa odpowiedź
1 p. – oznaczenie kątów padania i załamania oraz zapisanie prawa załamania przynajmniej dla dwóch przejść promienia światła przez powierzchnię graniczną ośrodków
lub
– poprawne stwierdzenie o równoległości promieni.
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie
Zaznaczamy kąty padania i załamania na trzech powierzchniach granicznych ośrodków:



Zapisujemy prawa załamania dla każdej z trzech powierzchni granicznych:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_1, \qquad \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1}, \qquad \frac{\sin\gamma}{\sin\delta} = \frac{1}{n_2}$$

Z powyższych równań wynika, że:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}\cdot\frac{\sin\gamma}{\sin\delta} = n_1\cdot\frac{n_2}{n_1}\cdot\frac{1}{n_2} \qquad \to \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin\delta} = 1 \quad \to \ \alpha = \delta$$

Ponieważ $\alpha = \delta$ oraz powierzchnie graniczne są równoległe, to promień padający i promień, który przeszedł przez obie warstwy są w kierunkach równoległych.

Zadanie 20.2. ***(1 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji podanych w formie tekstu i schematu (III.1).

Schemat punktowania
1 p. – prawidłowe uzupełnienie zdania.
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

Poprawna odpowiedź
Widoczna na rysunku w zadaniu 20.1 warstwa n_1 wykonana jest ze szkła, ponieważ kąt pomiędzy promieniem a normalną do powierzchni granicznej – zgodnie z prawem załamania – jest mniejszy w tym ośrodku (tutaj n_1), w którym współczynnik załamania jest większy (dla szkła).

Zadanie 21.1. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady zachowania pędu układu w zjawiskach odrzutu (I.1.2.5).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowa wartość stosunku energii kinetycznych jąder.

1 p. – prawidłowe wyprowadzenie wzoru wyrażającego stosunek energii kinetycznych przez odwrotny stosunek mas oraz błędny wynik albo brak wyniku końcowego

lub

– zapisanie stosunku energii kinetycznych oraz prawidłowa identyfikacja stosunku mas jąder atomowych

lub

– zapisanie zasady zachowania pędu łącznie z prawidłową identyfikacją mas obu jąder, na przykład zapisy równoważne: $220v_{Rn} = 4v_{He}$.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Korzystamy z zasady zachowania pędu całkowitego dla układu ciał, którym jest jądro atomowe przed rozpadem i po rozpadzie. Przyjmujemy układ odniesienia, w którym jądro ^{224}Ra spoczywa. Pęd początkowy jądra ^{224}Ra wynosi zero ($\vec{p}_{Ra} = 0$), dlatego suma pędów produktów rozpadu tego jądra też wynosi zero:

$$\vec{p}_{Ra} = \vec{p}_{Rn,He} \quad \rightarrow \quad 0 = m_{Rn}v_{Rn} - m_{He}v_{He} \quad \rightarrow \quad m_{Rn}v_{Rn} = m_{He}v_{He}$$

Stosunek energii kinetycznych jądra helu i radonu wyrazimy poprzez odwrotny stosunek mas tych jąder, przy wykorzystaniu zasady zachowania pędu:

$$\frac{E_{kin\,He}}{E_{kin\,Rn}} = \frac{m_{He}v_{He}^2}{m_{Rn}v_{Rn}^2} = \frac{m_{He}m_{Rn}^2}{m_{Rn}m_{He}^2} = \frac{m_{Rn}}{m_{He}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{E_{kin\,He}}{E_{kin\,Rn}} = \frac{m_{Rn}}{m_{He}}$$

albo

$$\frac{E_{kin\,He}}{E_{kin\,Rn}} = \frac{\frac{p_{He}^2}{2m_{He}}}{\frac{p_{Rn}^2}{2m_{Rn}}} = \frac{m_{Rn}}{m_{He}}\,.$$

Zatem

$$\frac{E_{kin\,He}}{E_{kin\,Rn}} \approx \frac{220\ \mathrm{u}}{4\ \mathrm{u}} \approx 55.$$

Zadanie 21.2. *(2 pkt)*

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie prawa rozpadu, z uwzględnieniem czasu połowicznego zaniku, do analizy przemian jądrowych (I.1.6.11).

Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda i prawidłowy wynik mieszczący się w przedziale od 8 mg do 9 mg
lub
– prawidłowa metoda obliczenia obu krańców przedziału, do którego może należeć wynik, oraz stwierdzenie, że masa początkowa izotopu radu należy do przedziału $m_0 \in (6\text{ mg}; 12\text{ mg})$.

1 p. – wykorzystanie pojęcia czasu połowicznego rozpadu oraz zauważenie, że $3T < t < 4T$.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób 1

Zauważamy, że czas 13 dni stanowi 3,5 czasów połowicznego rozpadu:

$$\frac{t}{T} = \frac{13\text{ dni}}{3{,}7\text{ dni}} \approx 3{,}5$$

Korzystamy z pojęcia czasu połowicznego rozpadu lub równoważnie ze wzoru przedstawiającego zależność liczby jąder pozostających w próbce od czasu. Zamiast liczby jąder radu pozostających w próbce zapiszemy $m(t)$ – łączną masę jąder izotopu radu pozostających w próbce (m_0 oznacza początkową masę izotopu radu w próbce):

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \rightarrow \qquad m_0 = m(t) \cdot 2^{\frac{t}{T}}$$

Dla $t = 3{,}5T$ mamy:

$$m_0 = m(3{,}5T) \cdot 2^{3{,}5} = 0{,}75\text{ mg} \cdot 2^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 8{,}5\text{ mg}.$$

Początkowa masa izotopu radu wynosiła około 8,5 mg.

Sposób 2

Zauważamy, że $3T < t < 4T$. Następnie obliczamy, jakie byłyby masy początkowe, gdybyśmy do rachunków przyjęli $t = 3T$, a następnie $t = 4T$:

$$0{,}75\text{ mg} = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \qquad \rightarrow \qquad m_0 = 6\text{ mg}$$

$$0{,}75\text{ mg} = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \qquad \rightarrow \qquad m_0 = 12\text{ mg}$$

Początkowa masa izotopu należy do przedziału otwartego $m_0 \in (6\text{ mg}; 12\text{ mg})$ lub masa początkowa izotopu radu jest równa około:

$$m_0 \approx \frac{1}{2}(6\text{ mg} + 12\text{ mg}) \approx 9\text{ mg}.$$

Sposób 3

Zauważamy, że w czwartym okresie czasu połowicznego rozpadu (tj. od $3T$ do $4T$) fragment krzywej rozpadu można przybliżyć odcinkiem prostym. Dlatego wartość funkcji $m(t)$ na środku odcinka od $3T$ do $4T$ można szacować ze średniej arytmetycznej wartości funkcji $m(t)$ na krańcach tego odcinka:

$$m(3{,}5T) \approx \frac{1}{2}\big(m(3T) + m(4T)\big)$$

Korzystamy z pojęcia czasu połowicznego rozpadu:

$$m(3{,}5T) \approx \frac{1}{2}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 m_0 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 m_0\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 + \frac{1}{2}\right) m_0 = \frac{3}{32} m_0$$

Podstawiamy dane:

$$m(3{,}5T) \approx \frac{3}{32} m_0 \qquad \rightarrow \qquad m_0 \approx \frac{32}{3} \cdot 0{,}75 \text{ mg} \approx 8 \text{ mg}$$

Początkowa masa izotopu radu wynosiła około 8 mg.

Uwaga, do wzoru $m(3{,}5T) \approx \frac{3}{32} m_0$ można dojść równoważnymi sposobami, wykorzystującymi pojęcie czasu połowicznego rozpadu:

$$m(3{,}5T) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} m_0$$

Czynnik ¾ pojawia się tutaj jako wynik następującego szacowania: jeśli w ciągu jednego czasu połowicznego rozpadu rozpadnie się połowa jąder, to w połowie tego czasu rozpadnie się ¼ jąder, czyli pozostanie ¾ jąder. Powyższy wzór to szacowanie liczby jąder pozostających w próbce po trzech (trzy czynniki 1/2) i pół (czynnik 3/4) czasach połowicznego rozpadu.

Zadanie 22.1. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Stosowanie podstawowych założeń modelu atomu wodoru wg Bohra (I.1.5.19).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

Schemat punktowania

2 p. – poprawna metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 p. – poprawna metoda oraz błąd w obliczeniach, brak jednostki w wyniku końcowym albo brak obliczeń.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Zapisujemy zasadę zachowania energii w układzie fotonu i elektronu:

$$E_{fot} = \Delta E_{el} \qquad \rightarrow \qquad E_{fot} = E_3 - E_2 \qquad \rightarrow \qquad E_{fot} = \frac{E_1}{3^2} - \frac{E_1}{2^2}$$

Obliczamy energię emitowanego fotonu:

$$E_{fot} = -13{,}6\ \text{eV} \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 1{,}89\ \text{eV} = 3{,}02 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Zadanie 22.2. ***(2 pkt)***

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie długości fali emitowanej przez atom wodoru przy przeskokach elektronu pomiędzy orbitami (I.1.5.20).

Schemat punktowania

2 p. – poprawna metoda i prawidłowy wynik liczbowy z jednostką (od $6{,}5 \cdot 10^{-7}$ m do $6{,}6 \cdot 10^{-7}$ m).

1 p. – poprawna metoda i błąd w obliczeniach lub brak jednostki

lub

– obliczenie energii fotonu albo wykorzystanie obliczeń z poprzedniego zadania, dalej brak obliczeń albo błąd w obliczeniach.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Przykładowe rozwiązanie

Ze wzoru Plancka na energię fotonu

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}$$

obliczamy długość fali emitowanego fotonu:

$$\lambda = \frac{hc}{E_f} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J·s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}02 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 6{,}59 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$$